

Klassenstufen 11 bis 13

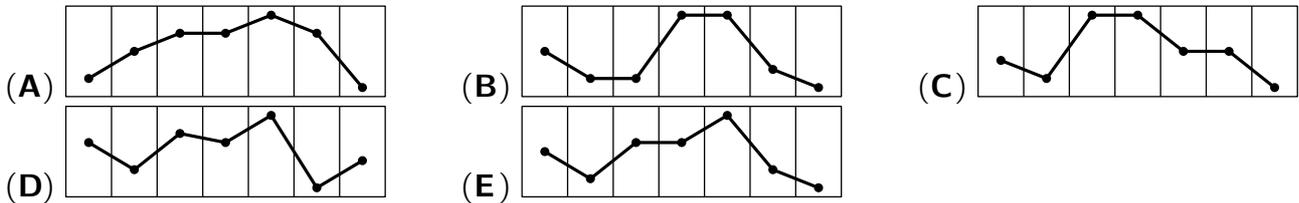
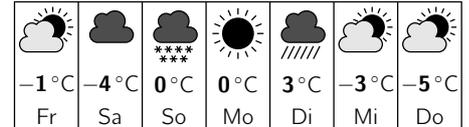
Donnerstag, 18. März 2021

Arbeitszeit: 75 Minuten

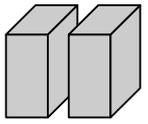
1. Von den jeweils 5 Antworten ist genau eine richtig.
2. Jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer bekommt zu Beginn 30 Punkte. Bei einer richtigen Antwort werden die vorgesehenen 3, 4 oder 5 Punkte hinzuaddiert. Wird keine Antwort gegeben, gibt es 0 Punkte. Bei einer falschen Antwort wird ein Viertel der vorgesehenen Punkte abgezogen, also 0,75 Punkte, 1 Punkt bzw. 1,25 Punkte. Die höchste zu erreichende Punktzahl ist 150, die niedrigste 0.
3. Taschenrechner und andere elektronische Hilfsmittel sind nicht zugelassen.

3-Punkte-Aufgaben

A1 Die Wetter-App auf Magdalenas Handy zeigt die zu erwartenden Höchsttemperaturen der nächsten sieben Tage an (s. Abb.). Wie sieht der dazugehörige Graph aus?



A2 Ein Würfel mit Kantenlänge 1 m wird so halbiert, dass zwei gleich große Quader entstehen. Wie groß ist der Oberflächeninhalt von einem solchen Quader?



- (A) 3 m² (B) 4 m² (C) 5 m² (D) 6 m² (E) 7 m²

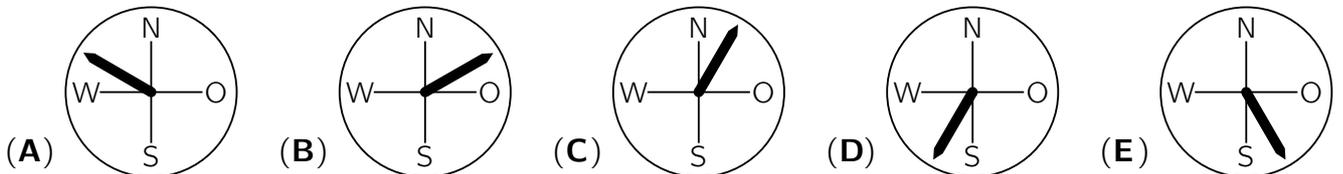
A3 Wie viele natürliche Zahlen sind größer als $20 - \sqrt{21}$ und kleiner als $20 + \sqrt{21}$?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

A4 Im August lassen sich nachts viele Sternschnuppen beobachten. Im letzten Jahr hat Jesko innerhalb einer Stunde 100 Sternschnuppen gesehen. Das heißt, er sah durchschnittlich eine Sternschnuppe alle

- (A) 28 Sekunden. (B) 30 Sekunden. (C) 36 Sekunden. (D) 40 Sekunden. (E) 42 Sekunden.

A5 Durch den Sturm letzte Nacht wurde der Fahnenmast vor unserer Schule verbogen. Schaut man aus Richtung Norden oder aus Richtung Osten auf den Mast, so lehnt er beide Male nach rechts. In einem der Bilder ist dargestellt, in welche Richtung der Mast verbogen ist. In welchem?

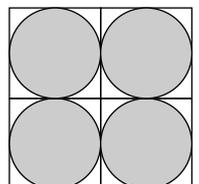


A6 Welche der folgenden Zahlen ist am größten?

- (A) 0,815⁴ (B) 0,815² (C) 0,815 (D) $\sqrt{0,815}$ (E) $\sqrt[4]{0,815}$

A7 Ein großes Quadrat ist in vier kleinere Quadrate unterteilt (s. Abb.). In jedem der kleinen Quadrate ist ein grauer Kreis eingepasst. Welcher Anteil der Fläche des großen Quadrats ist grau?

- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{3\pi}{16}$ (C) $\frac{3}{\pi}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{\pi}{4}$

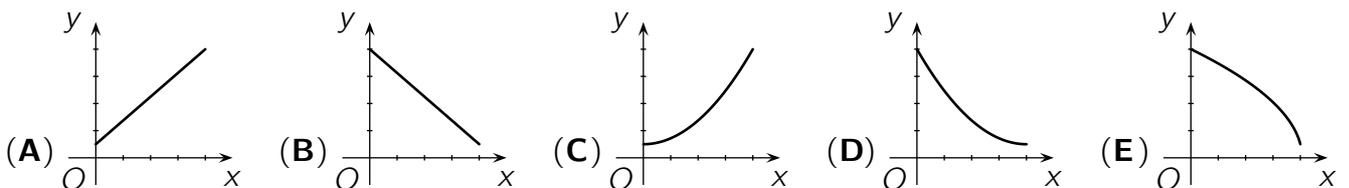
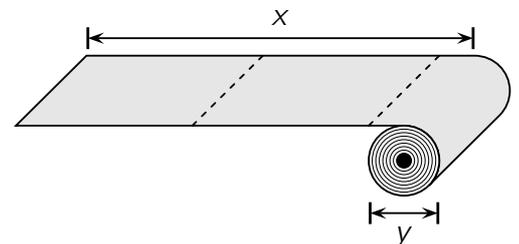


- A8** Wie viele zweistellige natürliche Zahlen sind durch 3 teilbar und haben nur ungerade Ziffern?
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8 (E) 12
- A9** In ein Koordinatensystem werden die Punkte $A(p|q)$, $B(3p|q)$ und $C(2p|3q)$ eingezeichnet, wobei $p > 0$ und $q > 0$ gilt. Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck ABC ?
 (A) $\frac{1}{2}pq$ (B) $2pq$ (C) $3pq$ (D) $4pq$ (E) $\frac{9}{2}pq$
- A10** Amanda denkt sich eine rationale Zahl zwischen 2 und 4, Justus eine zwischen 7 und 8 und Theresa eine zwischen 5 und 6. Was gilt mit Sicherheit für die Summe S dieser drei Zahlen?
 (A) $S \leq 17$ (B) $S \geq 16$ oder $S \leq 14$ (C) $S \geq 14$ und $S \leq 18$
 (D) $S \geq 15$ und $S \leq 22$ (E) $S \geq 17$ oder $S \leq 15$

4-Punkte-Aufgaben

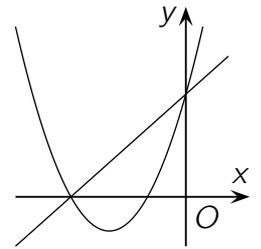
- B1** An einen Getränkemarkt wurden zwei Paletten mit insgesamt 60 Getränkekästen geliefert. Von einer Palette wurden einige Kästen sofort abgeladen. Sowohl vor als auch nach dem Abladen waren auf einer der Paletten 1,5-mal so viele Kästen wie auf der anderen. Wie viele Kästen wurden sofort abgeladen?
 (A) 10 (B) 15 (C) 16 (D) 20 (E) 24
- B2** Wie groß ist der Anteil der ungeraden Zahlen an den positiven Teilern von $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$?
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{6}$
- B3** Ein Blatt Papier ist x cm lang und y cm breit, wobei $x > y$ gilt. Verklebt man die beiden langen oder die beiden kurzen Seiten, erhält man den Mantel eines höheren oder eines flacheren Zylinders. Wie groß ist das Verhältnis des Volumens des höheren Zylinders zum Volumen des flacheren Zylinders?
 (A) $1:y^2$ (B) $y^2:x^2$ (C) $x:y^2$ (D) $y:x$ (E) $x:1$
- B4** Wie viele dreistellige natürliche Zahlen sind um 99 kleiner als die Zahl, die entsteht, wenn ihre Ziffern in umgekehrter Reihenfolge geschrieben werden?
 (A) 56 (B) 64 (C) 72 (D) 80 (E) 81

- B5** Beim gleichmäßigen Abrollen einer Küchenrolle wird der Durchmesser y der Rolle mit der Zeit immer kleiner, während die Gesamtlänge x des bereits abgerollten Teils immer größer wird. Welcher Graph stellt diesen Vorgang dar?



- B6** Die natürlichen Zahlen von 1 bis 100 werden in beliebiger Reihenfolge nebeneinander geschrieben. Nun werden alle Summen von je drei nebeneinander stehenden Zahlen berechnet. Wie viele dieser Summen können *höchstens* ungerade sein?
 (A) 97 (B) 96 (C) 95 (D) 94 (E) 93

B7 Die Abbildung zeigt die Parabel mit der Gleichung $y = ax^2 + bx + c$ für drei verschiedene reelle Zahlen a, b, c sowie eine Gerade. Welche Gleichung könnte diese Gerade haben?



- (A) $y = bx + c$ (B) $y = cx + b$ (C) $y = ax + b$
 (D) $y = ax + c$ (E) $y = cx + a$

B8 Ahmed will die Zahlen von 1 bis 25 so in das 5×5 -Feld eintragen, dass die fünf Zahlen in jeder Zeile und die fünf Zahlen in jeder Spalte jeweils dieselbe Summe haben. Einige Zahlen hat Ahmed schon eingetragen. Welche Zahl muss Ahmed in das Feld mit dem Fragezeichen eintragen?

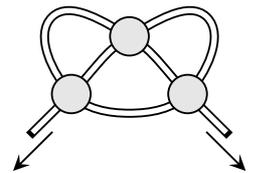
	24		5	
22		17		4
	11		15	
25		9		1
	2		?	

- (A) 7 (B) 12 (C) 14 (D) 19 (E) 21

B9 Die Funktion f ist für alle reellen Zahlen definiert. Es gilt $f(1) = 2$, und für alle reellen Zahlen x und y gilt $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$. Dann ist $\frac{f(2021)}{f(2020)} =$

- (A) 2 (B) $\frac{2020}{2021}$ (C) 2022 (D) $\frac{2022}{2021}$ (E) 4044

B10 Isa legt ein Stück Seil wie abgebildet auf den Tisch. Dabei legt sie an jedem der drei Kreuzungspunkte unabhängig voneinander das Seil so  oder so , und zwar jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich das Seil verknotet, wenn Isa an den beiden Seilenden zieht?



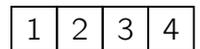
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{3}{8}$

5-Punkte-Aufgaben

C1 Unser Basketballteam hat das letzte Spiel gewonnen. Die 7 Spieler haben 1, 2, 7, 9, 10, 15 und 19 Punkte erzielt. Die drei größten Spieler haben zusammen doppelt so viele Punkte erzielt wie die drei kleinsten Spieler zusammen. Wie viele Punkte hat der viertgrößte Spieler erzielt?

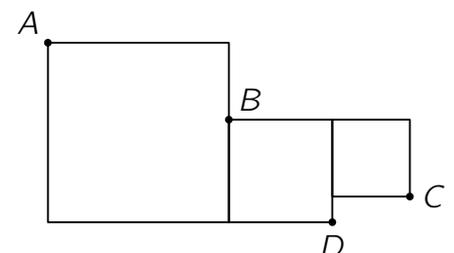
- (A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 15 (E) 19

C2 Jesse und Liv spielen Schiffe versenken auf etwas andere Art. Jesse stellt ein Schiff auf eines der vier Felder (s. Abb.). Liv versucht, den Standort des Schiffs herauszufinden. Dazu fragt sie nach einem der vier Felder. Wenn das Schiff dort ist, ist das Spiel vorbei. Wenn nicht, schiebt Jesse das Schiff um ein Feld nach rechts oder links und Liv darf erneut nach einem Feld fragen. Mit welcher der folgenden Abfolgen von Abfragen findet Liv das Schiff ganz sicher?



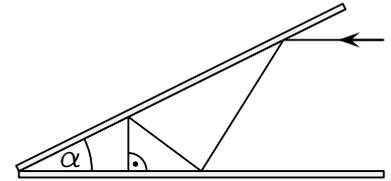
- (A) 1,2,3,4,1,2,3,4 (B) 1,2,3,4,3,2,1 (C) 1,3,1,3,1,3 (D) 1,4,4,1,1 (E) 2,3,3,2

C3 Rechts sind drei Quadrate abgebildet. Die Punkte A, B und C liegen auf einer Geraden. Der Flächeninhalt des linken Quadrats ist 49 cm^2 und der Flächeninhalt des mittleren Quadrats ist 16 cm^2 . Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck ADC ?



- (A) $24,5 \text{ cm}^2$ (B) 22 cm^2 (C) $18,5 \text{ cm}^2$ (D) 16 cm^2 (E) $14,5 \text{ cm}^2$

- C4** Zwei Spiegel sind wie abgebildet zusammengesetzt und schließen einen Winkel der Größe α ein. Ein Lichtstrahl fällt parallel zu einem der Spiegel ein und wird nach der vierten Reflexion auf dem gleichen Weg zurückgeworfen. Wie groß ist α ? (Abb. nicht maßstabsgerecht)

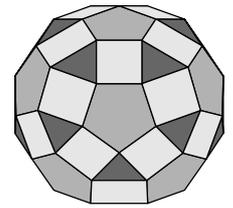


- (A) 10° (B) 15° (C) $22,5^\circ$ (D) 30° (E) 45°

- C5** Finn rennt mit konstanter Geschwindigkeit seiner Freundin Luisa hinterher, die gerade, ebenfalls mit konstanter Geschwindigkeit, über eine Brücke geht. Würde Luisa umkehren, sobald Finn die Brücke betritt, würde sie Finn nach 150 Metern in der Mitte der Brücke treffen. Doch Luisa bemerkt ihn nicht, und so holt Finn sie erst am Ende der Brücke ein. Wie lang ist die Brücke?

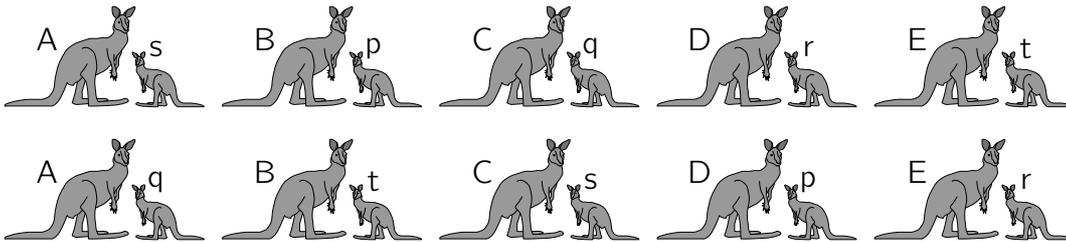
- (A) 525 m (B) 600 m (C) 750 m (D) 775 m (E) 900 m

- C6** Die Abbildung zeigt ein Polyeder, das nur aus gleichseitigen Dreiecken, Quadraten und regelmäßigen Fünfecken besteht. Jedes Fünfeck grenzt an fünf Quadrate, jedes Dreieck grenzt an drei Quadrate und jedes Quadrat grenzt an zwei Dreiecke und zwei Fünfecke. Insgesamt sind es 12 Fünfecke. Wie viele Dreiecke sind es?



- (A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 25 (E) 30

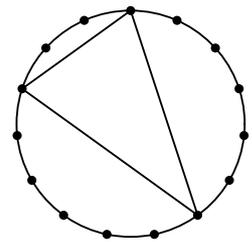
- C7** Fünf junge Kängurus p, q, r, s, t stehen mit ihren fünf Müttern A, B, C, D, E in einer Reihe.



In der oberen Reihe stehen genau zwei der jungen Kängurus bei ihrer Mutter. In der unteren Reihe stehen genau drei der jungen Kängurus bei ihrer Mutter. Welches Känguru ist die Mutter von p?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

- C8** Auf einem Kreis sind 15 Punkte so markiert, dass benachbarte Punkte stets denselben Abstand haben. Verbindet man drei dieser Punkte, so entsteht ein Dreieck. Wie viele verschiedene, nicht kongruente Dreiecke lassen sich so zeichnen?



- (A) 19 (B) 46 (C) 15 (D) 75 (E) 23

- C9** Emma und Linda werfen eine Münze. Jedes Mal, wenn Zahl kommt, erhält Emma einen Punkt, bei Kopf erhält Linda einen Punkt. Das Spiel gewinnt, wer zuerst drei Punkte mehr als die andere hat. Beim ersten Wurf kommt Zahl. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Emma gewinnt?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$

- C10** Das Dreieck ABC wurde durch die zwei Strecken \overline{AD} und \overline{BE} in vier Teile geteilt. Die Flächeninhalte der drei kleinen Dreiecke sind wie angegeben 1, 3 und 4,5. Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck ABC ?

- (A) 18 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 24

